

Spis treści

Wykaz ważniejszych oznaczeń	7
1. Wstęp	11
2. Pojęcie symulacji komputerowej	15
2.1. Rodzaje symulacji komputerowych i języki dedykowane symulacji	16
2.2. Modelowanie matematyczne	18
2.2.1. Wiedza <i>a priori</i>	19
2.2.2. Złożoność	20
2.2.3. Ocena modelu	20
2.2.4. Opis matematyczny typowych zjawisk procesu przemysłowego	21
3. Matematyczne podstawy analizy procesów przemysłowych	25
3.1. Równania różniczkowe dla podstawowych zjawisk fizycznych	25
3.1.1. Transport ciepła	25
3.1.2. Prawo Fouriera i równanie Fouriera-Kirchhoffa	28
3.1.3. Równania Naviera-Stokesa	33
3.2. Podstawy metody wariacyjnej – budowa funkcjonałów	37
3.2.1. Pojęcie funkcjonału i wariacji funkcjonału	37
3.2.2. Wariacja funkcji i wariacja funkcjonału	39
3.2.3. Proste przykłady zagadnień wariacyjnych	39
3.2.4. Twierdzenie Eulera-Lagrange’a rachunku wariacyjnego	42
3.2.5. Funkcjonał zależny od funkcji jednej zmiennej	42
3.2.5.1. Zagadnienie wariacyjne przy nieruchomych krańcach linii dopuszczalnych	42
3.2.5.2. Zagadnienie wariacyjne przy ruchomych krańcach linii dopuszczalnych i zagadnienie izoperymetryczne	49
3.2.6. Funkcjonał zależny od funkcji wielu zmiennych	53
3.2.6.1. Zagadnienie wariacyjne przy nieruchomym brzegu powierzchni dopuszczalnych	53
3.2.6.2. Zagadnienie izoperymetryczne	56
3.2.7. Uproszczenia zagadnień wariacyjnych – metody przybliżonego rozwiązywania zagadnień wariacyjnych	57

3.2.7.1. Metoda różnic skończonych Eulera	58
3.2.7.2. Metoda Ritza	60
3.2.7.3. Metoda Galerkina	62
3.2.7.4. Metoda ważonych residuów	66
3.2.8. Wzajemność rozwiązań równań różniczkowych i optymalizacji funkcjonalów	70
3.2.8.1. Rozwiązanie wariacyjne równania Fouriera-Kirchhoffa	71
3.2.8.2. Wariacyjne sformułowanie problemu w kartezjańskim układzie współrzędnych	74
3.2.8.3. Rozumowanie Eulera dla przypadku równania Fouriera-Kirchhoffa	75
3.2.8.4. Rozwiązanie równań Naviera-Stokesa	78
4. Matematyczne podstawy procesów transportu ciepła i masy	83
4.1. Modele wymiany ciepła – numeryczne rozwiązanie równania Fouriera-Kirchhoffa	83
4.1.1. Problem stacjonarny	83
4.1.2. Problem niestacjonarny	85
4.2. Modelowanie ruchu płynów – numeryczne rozwiązanie równań Naviera-Stokesa	90
4.2.1. Rozwiązanie stacjonarne	90
4.2.2. Rozwiązanie niestacjonarne	95
5. Sztywno-plastyczny model mechaniczny odkształcania metali	101
5.1. Pole odkształceń i dewiator naprężeń	101
5.2. Aksjator naprężeń dla rozwiązania sztywno-plastycznego	105
5.3. Optymalizacji funkcjonału mocy	110
5.4. Konkretyzacja modelu	114
5.4.1. Dyskretyzacja MES	115
6. Transformacja układu współrzędnych	119
6.1. Wektor pierwszych pochodnych funkcji kształtu	120
6.2. Macierz drugich pochodnych funkcji kształtu względem współrzędnych rzeczywistych	121
7. Symulacja chłodzenia i walcowania wyrobów kształtowych	124
7.1. Symulacja zmian temperatury szyny chłodzonej po walcowaniu	124
7.2. Uogólniony płaski stan odkształcenia (UPSO)	128
7.2.1. Rozwój modeli UPSO	129
7.2.2. Podstawy modelu	130
7.2.3. Stan odkształcenia – składowe tensora odkształcenia	130
7.2.4. Optymalizacja funkcjonału pracy	132
7.2.5. Zastosowane równania empiryczne	133

7.2.6. Badane materiały	134
7.2.7. Porównanie modelu UPSO z modelem trójwymiarowym	140
7.3. Walcowanie prętów	141
7.3.1. Weryfikacja wyników obliczeń – przypadek walcowania prętów bimetalowych	142
7.3.2. Modelowanie zmian mikrostruktury stali	149
7.4. Symulacja komputerowa walcowania łuku kopalnianego	154
8. Symulacja odkształcania stali w stanie półciekłym	166
8.1. Własności fizyczne stali półciekłej	168
8.2. Modelowanie odkształcania stali półciekłej	172
8.3. Model odkształcania półciekłych próbek osiowosymetrycznych	174
8.3.1. Założenia modelu mechanicznego	174
8.3.2. Pole prędkości odkształcanej stali półciekłej	176
8.3.3. Model naprężeń dla rozwiązania sztywno-plastycznego	182
8.4. Model zmian gęstości	185
8.4.1. Empiryczny model zmiany gęstości metalu	186
8.5. Model zmian temperatury	190
8.5.1. Model zmian temperatury dla ustalonego przepływu ciepła	191
8.5.2. Model zmian temperatury dla nieustalonego przepływu ciepła	196
8.6. Empiryczny model mikrostrukturalny krzepnącej stali	198
8.7. Analiza odwrotna	199
8.8. Krzywe naprężenie-odkształcenie	201
8.8.1. Aproksymacja wyników doświadczalnych	202
8.8.2. Zastosowanie analizy odwrotnej	206
8.8.3. Symulacje komputerowe próby spęczania stali półciekłej	220
8.8.4. Porównanie wyników obliczeń z wynikami doświadczalnymi	226
Literatura	229