

Spis treści

Przedmowa (skrótowa) do pierwszego wydania A.D. 1994	v
Przedmowa (skrótowa) do drugiego wydania A. D. 2004	vi
Przedmowa do trzeciego wydania	vi
1 Funkcje zmiennej zespolonej	1
1.1 Liczby zespolone	1
1.2 Algebra liczb zespolonych	3
1.2.1 Wzór de Moivre’a; liczby zespolone i wzory trygonometryczne	7
1.3 Pojęcia podstawowe, definicje	7
1.3.1 Pojęcia podstawowe	7
1.3.2 Funkcja zmiennej zespolonej – podstawowe definicje	10
1.4 Proste przykłady	11
1.4.1 Funkcje wieloznaczne. Pierwiastek stopnia n na płaszczyźnie zespolonej; logarytm zespolony	12
1.5 Warunki Cauchy’ego-Riemanna	16
1.5.1 Konsekwencje warunków Cauchy’ego-Riemanna	18
1.6 Całka funkcji zmiennej zespolonej	22
1.7 Twierdzenie całkowe Cauchy’ego	25
1.7.1 Twierdzenie całkowe Cauchy’ego – konsekwencje	26
1.8 Wzór całkowy Cauchy’ego	29
1.8.1 Wzór całkowy Cauchy’ego – konsekwencje	31
1.8.2 Twierdzenie Morery	32
1.8.3 Zasada minimum i maksimum	32
1.8.4 Twierdzenie Liouville’a	33
1.9 Szeregi funkcji analitycznych	34
1.9.1 Szereg funkcyjny, zbieżność	35
1.9.2 Szereg Taylora	38
1.9.3 Szeregi Taylora funkcji elementarnych	41
1.9.4 Szereg Laurenta	41
1.9.5 Zera funkcji analitycznej	45

1.9.6	Odosobnione punkty osobliwe	46
1.10	Residuum;	49
1.10.1	Obliczanie residuów w osobliwościach biegunowych	51
1.11	Rachunek residuów – zastosowania	53
1.11.1	Obliczanie całek	53
1.11.2	Wyznaczanie sum szeregów	62
1.11.3	Rozkład funkcji meromorficznej na ułamki proste	66
1.12	Odwzorowania konforemne	70
1.12.1	Odwzorowania konforemne	71
1.12.2	Homografia	73
1.12.3	Siatka konforemnie równoważna	77
1.12.4	Potencjał zespolony wektorowego pola płaskiego	80
1.12.5	Wektorowe pole płaskie i odwzorowania konforemne	84
1.12.6	Odwzorowania konforemne w hydrodynamice	88
1.13	Gamma Eulera	103
1.13.1	Podstawowe własności $\Gamma(z)$	106
1.13.2	Reprezentacja całkowa	108
1.13.3	Funkcje niekompletne – $\gamma(a, x)$ i $\Gamma(a, x)$	109
1.13.4	Funkcja beta Eulera	110
1.13.5	Trochę fizyki	111
1.14	Podsumowanie	113
2	Równania różniczkowe drugiego rzędu	117
2.1	Wprowadzenie	117
2.2	Metoda separacji zmiennych	120
2.3	Punkty osobliwe równania różniczkowego	125
2.4	Podstawowe równania różniczkowe zwyczajne drugiego rzędu	128
2.5	Metoda Frobeniusa	130
2.6	Równania klasy Fuchsa – uwagi ogólne	137
2.7	Równania klasy Fuchsa – formy kanoniczne	140
2.8	Drugie rozwiązanie	150
2.8.1	Metoda wariacji parametru λ	150
2.8.2	Drugie rozwiązanie – Wrońskian	154
2.9	Funkcja konfluentna	158
2.9.1	Równanie Bessela a równanie konfluentne	160
2.9.2	Reprezentacja całkowa funkcji konfluentnej; Asymptotyka w nieskończoności	161
2.10	Równanie niejednorodne	164
2.10.1	Metoda wariacji parametrów	164
2.10.2	Metoda funkcji Greena	165

2.11	Przykłady zastosowań: stacjonarne równanie Schrödingera	172
2.12	Podsumowanie	180
3	Zagadnienie Sturm-Liouville'a	183
3.1	Wprowadzenie	183
3.2	Równanie własne operatora różniczkowego	184
3.3	Operatory hermitowskie	187
3.4	Warunki brzegowe	196
3.5	Metoda ortogonalizacji Schmidta	200
3.6	Klasyfikacja wielomianów ortogonalnych w problemie S-L	201
3.7	Wzór Rodriguesa. Funkcje tworzące. Reprezentacje całkowe	208
3.8	Ortogonalne i zupełne zbiory funkcji	212
3.9	Podsumowanie	219
4	Legendre, Bessel i trochę fizyki	221
4.1	Wielomiany Legendre'a	221
4.1.1	Potencjały multipoli elektrycznych	221
4.1.2	Funkcja tworząca i relacje rekurencyjne	224
4.1.3	Rozwijanie funkcji w szereg wielomianów Legendre'a	230
4.1.4	Drugie rozwiązanie równania Legendre'a	235
4.2	Równanie Bessela	237
4.2.1	Funkcja tworząca; relacje rekurencyjne	244
4.2.2	Równanie falowe w symetrii cylindrycznej	248
4.2.3	Problem własny i równanie Bessela	251
4.2.4	Równania redukowalne do równania Bessela	257
4.2.5	Sferyczne funkcje Bessela	260
4.3	Podsumowanie	265
5	Wstęp do równań całkowych. Funkcje Greena	267
5.1	Typy równań całkowych; Pojęcia podstawowe	268
5.2	Szereg Neumanna – iteracyjna metoda rozwiązywania równań całkowych	273
5.3	Jądra iterowane; rezolwenta równania całkowego	277
5.4	Równania Fredholma dla specjalnych typów jąder	281
5.4.1	Jądra separowalne	281
5.4.2	Wartości i funkcje własne równania jednorodnego	284
5.4.3	Jądra symetryczne	286
5.5	Funkcja Greena	293
5.5.1	Wprowadzenie	293
5.5.2	Funkcja Greena – jeden wymiar	295
5.5.3	Jednowymiarowa funkcja Greena a problem własny	303

5.5.4	Funkcja Greena dla 2- i 3-wymiarowego operatora Laplace'a	305
5.5.5	Funkcje Greena zależne od czasu	308
5.6	Podsumowanie	321
6	Rachunek wariacyjny	341
6.1	Typowy problem wariacyjny	341
6.2	Rachunek wariacyjny – jedna zmienna niezależna i jedna zmienna zależna	342
6.3	Jedna zmienna niezależna i kilka zmiennych zależnych	350
6.4	Kilka zmiennych niezależnych i jedna zmienna zależna	354
6.5	Kilka zmiennych niezależnych i kilka zmiennych zależnych	356
6.6	Mnożniki Lagrange'a	356
6.6.1	Szukanie ekstremum w obecności więzów	356
6.6.2	Mnożniki Lagrange'a w kontekście wariacyjnym	360
6.7	Podsumowanie	363
7	Uzupełnienia	365
A	Kilka słów o przestrzeniach wektorowych	365
A.1	Podstawowe definicje	365
A.2	Przestrzeń wektorowa i rachunek macierzowy	369
A.3	Operatory w przestrzeni wektorowej	370
A.4	Operator sprzężony i samosprzężony	371
A.5	Przestrzeń funkcyjna	373
B	Kilka słów o układach współrzędnych krzywoliniowych	375
B.1	Wprowadzenie	375
B.2	Analiza wektorowa w układach współrzędnych krzywoliniowych	379
B.3	Układy współrzędnych sferycznych i cylindrycznych	383